УДК 519.854

Мінімізація сумарного зваженого моменту випередження виконання завдань на одному приладі

Олександр Павлов[1], Олена Халус[2], Михайло Медведєв[3]

[1] д. т. н., професор, Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», пр. Перемоги, 37, 03056, Київ, e-mail: pavlov.fiot@gmail.com
[2] старший викладач, Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», пр. Перемоги, 37, 03056, Київ, e-mail: selena.ua@gmail.com
[3] студент, Національний технічний університет України «КПІ ім. Ігоря Сікорського», пр. Перемоги, 37, 03056, Київ, e-mail: misha.medvedev2001@gmail.com

Розглядається задача побудови допустимого розкладу виконання завдань з різними директивними строками на одному приладі, оптимального за критеріями: перший – максимально пізній момент запуску приладу, другий – мінімізація сумарного зваженого моменту випередження виконання завдань допустимого розкладу. Критерії задані в лексикографічному порядку, тобто момент запуску приладу максимально пізній, і при виконанні цієї умови на допустимому розкладі досягається мінімально можливе значення сумарного зваженого моменту випередження виконання завдань. Автори показали, що ця задача є якісно більш складною, ніж сформульована вище задача з рівними додатними вагами. В цій роботі пропонується точний метод, що ґрунтується на побудові дерев допустимих розв'язків. Принципово новими є сформульовані обмеження на множину вершин кожного рівня та теоретично обґрунтовані ефективні правила відсікання гілок, що статистично значимо починають реалізовуватися на перших рівнях дерева допустимих розв'язків. Практичне значення запропонованого методу ілюструється можливістю його застосування в багаторівневій моделі управління інноваційними проектами на останньому рівні її ієрархії.

Ключові слова: календарне планування; оптимізація; допустимий розклад; багаторівнева модель управління

Вступ. Апарат математичного моделювання систем управління об'єктами з дискретними технологічними процесами включає в себе одноетапні задачі календарного планування, як (а) максимально агреговані моделі об'єкта управління; (б) складові частини багаторівневих математичних моделей [1–9]. В цій роботі розглядається узагальнення наступної одноетапної задачі: при максимально можливому моменті запуску приладу знайти допустимий розв'язок (кожне завдання не порушує свій директивний строк), якому відповідає мінімальне значення величини сумарного випередження виконання завдань. Ефективний розв'язок цієї задачі наведено в [8]. Узагальнення полягає в використанні довільних додатних експертних ваг в критерії: мінімізації сумарного зваженого випередження виконання завдань в допустимому розкладі. Показано, що таке узагальнення не дозволяє використати основну ідею, покладену в основі ефективного алгоритму розв'язання для випадку рівних ваг [8]. Якісна характеристика запропонованого методу наведена в анотації. Структура математичної моделі [9] багаторівневої системи управління інноваційними проектами гарантує ефективне використання точного методу на останньому рівні ієрархії цієї моделі.

1. Формальна постановка та аналіз властивостей задачі

Є *n* завдань $j, j = \overline{1,n}$. Для кожного завдання задані $l_j > 0$ – час виконання, $d_j > 0$ – директивний строк виконання, $j = \overline{1,n}$. Завдання виконуються без переривань на одному приладі. Треба знайти допустимий розклад (кожне завдання не порушує свій директивний строк), який задовольняє двом критеріям оптимальності, що реалізуються в наступному порядку: прилад починає роботу в максимально пізній момент часу $r_{\max}$, і при виконанні цієї умови на допустимому розкладі досягається

$$\min \sum_{j=1}^{n} \omega_j \left(d_j - C_j\right), \tag{1}$$

де C_j – момент завершення виконання *j*-го завдання, $\omega_j > 0$ – довільні експертні ваги.

Для $\forall \omega_j = 1$ теоретично та експериментально обґрунтована ідея [8] побудови оптимального (субоптимального) розкладу, яка полягає в тому, що завдання, починаючі з кінця розкладу, розташовуються (при умові непорушення їх директивних строків) за незростанням величин часу їх виконання $l_j, j = \overline{1,n}$. При довільних значеннях ваг $\omega_j > 0, j = \overline{1,n}$, це припущення є невірним. Дійсно, нехай

$$l_2 < l_1, C_2 > C_1; \tag{2}$$

$$C_2 \cdot l_2 > C_1 \cdot l_1 . \tag{3}$$

З нерівності (2) випливає, що

$$C_1 \cdot l_2 < C_2 \cdot l_1 \tag{4}$$

і, незалежно від того, виконується нерівність (3) чи ні в допустимому розкладі, коли перше і друге завдання можуть стояти поруч в будь-якому порядку, перше завдання повинно стояти перед другим. Нехай

$$l_2 < l_1, C_2 < C_1 . \tag{5}$$

В цьому випадку порядок першого і другого завдання залежить від знаку нерівності

$$C_1 \cdot l_2 \gtreqless C_2 \cdot l_1 . \tag{6}$$

2. Точний метод розв'язання одноетапної задачі календарного планування за двома критеріями, заданими в лексикографічному порядку

2.1. Знаходження $r_{\max}$ – максимально пізнього моменту запуску приладу. Ефективний точний поліноміальний алгоритм знаходження $r_{\max}$ наведено в [8].

2.2. Точний метод знаходження допустимого розкладу з мінімальним сумарним випередженням виконання завдань при $r_{\max}$ – максимально пізньому моменту запуску приладу. Нехай $\left\{j_{i_n}, i_n = \overline{1, k_n}\right\}$ – це множина завдань, кожна з яких може бути останньою в допустимому розкладі, тобто

$$r_{\max} + \sum_{j=1}^{n} l_j \le d_{j_{i_n}},\ i_n = \overline{1, k_n}\ ,$$

де $d_{j_{i_n}}$ – директивний строк виконання завдання j_{i_n}.

Кожне завдання j_{i_n} є коренем k_n дерев допустимих розкладів. Множина гілок кожного дерева допустимих розкладів для достатньо великої кількості завдань може бути ефективно побудована в силу того, що:

а) кількість гілок кожного дерева суттєво менше кількості всіх переставлень індексів $1, \ldots, n-1$, тому що для довільної гілки $j_{i_n}, j_{i_{n-1}}, \ldots, j_{i_m}, \ldots, j_{i_1}$ кожне завдання, що стоїть на m-тому місці, повинно задовольняти умові

$$r_{\max} + \sum_{j=1}^{n} l_j - \sum_{p=0}^{n-m-1} l_{j_{i_{n-p}}} \le d_{j_{i_m}}\ ; \tag{7}$$

б) існує два ефективних правила відсікання гілок. Перше правило: гілка

$$j_{i_n}, \ldots, j_{i_{m-1}}, j_{i_m},\ m > 1\ , \tag{8}$$

є кінцевою на дереві допустимих розкладів, якщо завдання $j_{i_{m-1}}, j_{i_m}$ можуть стояти поруч в будь-якому порядку, і їх розташування в (8) не задовольняє необхідним умовам оптимальності (умови (2)–(6)).

Друге правило відсікання гілок: нехай $\left\{j_t, t = \overline{1, m-1}\right\}$ – це множина завдань, що задається виразом

$$\left\{j,\ j = \overline{1, n}\right\} \setminus \left\{j_{i_t},\ t = \overline{n, m}\right\}. \tag{9}$$

Якщо для множини завдань (9) та моменту запуску приладу $r_{\max}$ розклад, в якому завдання, починаючи з першої позиції, розташовані в порядку, що відповідає не зменшенню величин їх директивних строків, є недопустимим, то на множині завдань (9) та $r_{\max}$ допустимого розкладу не існує, і гілка (8) є кінцевою.

Якісний аналіз та вже проведені експерименти показують, що коли момент запуску приладу є $r_{\max}$, обмеження на кількість робіт на n–m+1-тому рівні дерева допустимих розкладів (7) та обидва правила відсікання гілок приводять к суттєвому скороченню кількості гілок, починаючи з перших рівнів. Оптимальний розклад – це гілка довжини n з множини всіх, побудованих за всіма k_n деревами допустимих розкладів гілок довжини n, для якої виконується умова (1).

Висновки. Таким чином, в роботі:

1. Розглянута задача побудови оптимального за критерієм мінімізації сумарного зваженого моменту випередження виконання завдань на одному приладі при максимально пізньому моменту його запуску.
2. Приведено точний метод її розв'язання, що полягає в побудові дерев допустимих розв'язків.
3. Запропонована алгоритмічна схема побудови дерев допустимих розкладів та ефективні правила відсікання гілок при умові, що величина моменту запуску приладу є максимальною.
4. Показана можливість практичного застосування запропонованого методу в багаторівневих моделях управління інноваційними проектами.

Література

[1] Wang, Z.Y., Lu, C. (2021). An integrated job shop scheduling and assembly sequence planning approach for discrete manufacturing. Journal of Manufacturing Systems, 61, 27-44. doi: 10.1016/j.jmsy.2021.08.003

[2] Li, X., Gao, L. (2020). Introduction for Integrated Process Planning and Scheduling. In: Effective Methods for Integrated Process Planning and Scheduling. Engineering Applications of Computational Methods, vol 2. Springer, Berlin, Heidelberg. doi: 10.1007/978-3-662-55305-3_1

[3] Tuo, L., Dai, L., Chen, X. (2014). Scheduling of Discrete Manufacturing Process for Energy Saving. In: Applied Mechanics and Materials (Vols. 556–562, pp. 4248–4254). Trans Tech Publications, Ltd. doi: 10.4028/www.scientific.net/amm.556-562.4248

[4] Kulcsár, G., & Kulcsárné, F.M. (2009). Solving multi-objective production scheduling problems using a new approach. Production Systems and Information Engineering, A Publication of the University of Miskolc, 5, 81–94.

[5] Pavlov, A.A. (2021). Long-Term Operational Planning of a Small-Series Production Under Uncertainty (Theory and Practice). In: Hu, Z., Petoukhov, S., Dychka, I., He, M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education III. ICCSEEA 2020. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 1247, pp. 167-180. Springer, Cham. doi: 10.1007/978-3-030-55506-1_15

[6] Pavlov, A.A., Khalus, E.A., Borysenko, I.V. (2019). Planning Automation in Discrete Systems with a Given Structure of Technological Processes. In: Hu, Z., Petoukhov, S., Dychka, I., He, M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education. ICCSEEA 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 754, pp. 177-185. Springer, Cham. doi: 10.1007/978-3-319-91008-6_18

[7] Pavlov, A.A., Misura, E.B., Melnikov, O.V., Mukha, I.P. (2019). NP-Hard Scheduling Problems in Planning Process Automation in Discrete Systems of Certain Classes. In: Hu, Z., Petoukhov, S., Dychka, I., He, M. (eds) Advances in Computer Science for Engineering and Education. ICCSEEA 2018. Advances in Intelligent Systems and Computing, vol 754, pp. 429-436. Springer, Cham. doi: 10.1007/978-3-319-91008-6_43

[8] Zgurovsky, M.Z., Pavlov, A.A. (2019). Optimal Scheduling for Two Criteria for a Single Machine with Arbitrary Due Dates of Tasks. In: Combinatorial Optimization Problems in Planning and Decision Making. Studies in Systems, Decision and Control, vol 173, pp. 17-38. Springer, Cham. doi: 10.1007/978-3-319-98977-8_2

[9] Zgurovsky, M.Z., Pavlov, A.A. (2019). Algorithms and Software of the Four-Level Model of Planning and Decision Making. In: Combinatorial Optimization Problems in Planning and

Decision Making. Studies in Systems, Decision and Control, vol 173, pp. 407-518. Springer, Cham. doi: 10.1007/978-3-319-98977-8_9

Minimization of the total weighted earliness of tasks on a single machine

Alexander Pavlov, Elena Khalus, Mykhailo Medvediev

We consider the problem of building a feasible schedule for the execution of tasks with various due dates on a single machine. The optimality criteria are double fold: the first is the latest time of the machine start, the second is minimization of the total weighted earliness of tasks in a feasible schedule where the criteria are given in a lexicographic order. That is, the starting time of the machine is as late as possible, and when this condition is fulfilled, the minimum possible value of the total weighted earliness of tasks is reached on a feasible schedule. The authors showed that this problem is qualitatively harder than the above formulated problem with equal positive weights. This paper proposes an exact method based on building of feasible solution trees. Fundamentally new are the formulated restrictions on the set of vertices of each level and the theoretically substantiated efficient rules for cutting branches. The rules are implemented in a statistically significant way already at the first levels of the feasible solution tree. The practical value of the proposed method is illustrated by the possibility of its application in a multi-level model of innovative project management at the last level of its hierarchy.

Отримано 22.03. 23